Exercices et problèmes

1 Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations ci-dessous.

1. $\ln x+\ln(x+1)=0$.
2. $\ln(\ln x)=0$.
3. $\ln\left(\frac{1}{x}\right)+\ln\left(x^4\right)=3\ln 2$.
4. $(\ln x)^2-3\ln x+2=0$.
5. $\ln|x-1|+\ln|x+2|=\ln\left|4x^2+3x-7\right|$.

2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations ci-dessous.

1. $\ln\left(\sqrt{3+x}\right)<4$.
2. $\ln(5x)>2+\ln 3$.
3. $\ln(4x+1)\le 0$.
4. $\ln\left(\frac{1+x}{3x-5}\right)\ge 0$.
5. $(\ln x)^2-2\ln x<0$.
6. $\ln|\sin x|<0$.

3 Trouver, dans chacun des cas suivants, la limite de la fonction f en $+\infty$.

1. $f(x)=\frac{\ln(x+2)}{x+3}$.
2. $f(x)=\frac{\ln(2x+3)}{\sqrt[3]{x}}$.
3. $f(x)=\frac{x^2-2}{x\ln x}$.
4. $f(x)=\frac{\ln\left(x^2-3x+7\right)}{x}$.
5. $f(x)=\frac{\ln\left(x^5-x^3\right)}{x}$.
6. $f(x)=\frac{1+\ln x}{1-\ln x}$.
7. $f(x)=\ln\left(\frac{1+x}{2+x}\right)$.
8. $f(x)=x\ln\left(\frac{1+x}{2+x}\right)$.
9. $f(x)=x^2-(\ln x)^5$.

4 Déterminer les limites ci-dessous.

1. $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{\ln x+\ln 2}{x-\frac{1}{2}}$.
2. $\lim\limits_{x\to 7}\frac{\ln\left(\frac{1}{x}\right)+\ln 7}{x-7}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+2\sin x)}{x}$.
4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+3\tan x)}{x^3}$.
5. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+3x-4}{\ln x}$.
6. $\lim\limits_{x\to 0^+}\sqrt{x}\ln x$.
7. $\lim\limits_{x\to 0^+}\sqrt{x}(\ln x)^{10}$.
8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x)}{\sin x}$.

5 Déterminer dans chacun des cas suivants, une primitive de la fonction f sur I.

1. $f(x)=\frac{1+x+x^2+x^3}{x^4}$, $I=\mathbb{R}_+^*$.
2. $f(x)=\frac{3x-4}{x+5}$, $I=]-5,+\infty[$.
3. $f(x)=\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}$, $I=]0,\frac{\pi}{2}[$.
4. $f(x)=\frac{2x+1}{x(x+1)}$, $I=]0,+\infty[$.
5. $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$, $I=]1,+\infty[$.
6. $f(x)=\frac{(\ln x)^3}{x}$, $I=]0,+\infty[$.

6 Calculer les intégrales ci-dessous.

1. $\int_e^1 \ln^2 x\,dx$.
2. $\int_1^e x\ln x\,dx$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn